بسم الله الرحمن الرحيم

الباب الأول : الاحتمالات

الاحتمال : هي كلمة في اللغة تعني شيء أو حدث غير مؤكد حدوثه ، فمثلا: يقال من المحتمل أن تمطر السماء ليلا، ومن المحتمل أن أسافر إلى جدة غدا ، في هذه الأمثلة نجد أن (سقوط المطر أو السفر) يمكن أن يقع أو لايقع وفي بعض الأحيان يرتبط الاحتمال بدرجة من القوة أو الضعف مبنية على مشاهدة الحدث في الماضي ، فمثلا : هناك احتمال قوي أن تفوز السعودية بكأس آسيا ، أو احتمال ضعيف سقوط طائرة بطريق الخطأ.

وفي حالات أخرى يرتبط الاحتمال بقيمة رياضية ، فيقال مثلا : من المحتمل أن تبلغ نسبة النجاح ٨٠٪ ، لكن كيف تم حساب هذا الرقم ..؟

❖ كيفية حساب الاحتمال الرقمية :

في البداية نعرض الأمثلة التقليدية التالية :

عند إلقاء قطعة عملة سليمة مرة واحدة (تجربة) فمن المؤكد ظهور وجه واحد من وجهي القطعة (الصورة أو الكتابة) فطلما أن القطعة سليمة فإن فرصة ظهور الصورة= فرصة ظهور الكتابة ، أي = $\frac{1}{2}$.

عند رمي قطعة من المكعب سليمة مرة واحدة (تجربة) فمن المؤكد ظهور وجه واحد من الأوجه الستة ، فطلما أن القطعة سليمة فإن فرصة (احتمال) ظهور أي وجه من الأوجه الستة = $\frac{1}{6}$.

❖ نـظرية :

إذا كان حدث ما (أ) يتكرر ظهوره (م) من المرات في تجربة (ن) من المرات أو الاحتمالات فإن احتمال وقوع هذا الحدث هو :

$$ح(أ) = \frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث م}}{\text{عدد الحالات الكلية ن}} = \frac{م}{ن} \quad ، \quad ح(أ) = \frac{م}{ن} ، م \leq ن$$

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (١) : يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٨ مهندسين و ٦ محاسبين و ٢ قانونيين، اختير احدهما عشوائيا لأدى العمرة . فما احتمال أن يكون:

١- محاسب .

٢- قانوني.

الحل :

$$ح(محاسب) = \frac{م}{ن} = \frac{6}{16}$$

$$ح(قانوني) = \frac{م}{ن} = \frac{2}{16}$$

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (٣) : يتكون طلاب الماجستير من ٢٥ طالب منهم ١٥ طالب متزوج و ٢٢ طالب من سكان الرياض ، اختير احدهما عشوائيا ، فمال احتمال أن يكون :

- متزوج.
- سعودي الجنسية.
- ياباني الجنسية.
- من خارج سكان الرياض.

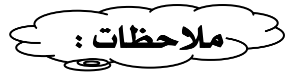
الحل :

ح (متزوج) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{15}{25}$

ح (سعودي) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{25}{25}$ = ١ ⟵ حدث مؤكد

ح (ياباني) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{0}{25}$ = صفر ⟵ حدث مستحيل

ح (خارج الرياض) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{3}{25}$



إذا وصلت قيمة الاحتمال إلى الصفر يسمى الحدث : بأنه مستحيل

إذا وصلت نسبة الاحتمال إلى ١ صحيح سمي الحدث : مؤكد

دائما تقع قيمة الاحتمال بين صفر و ١ أي أن :

١ ≥ ح (أ) ≥ صفر

<u>أي أن الاحتمال دائما قيمة جبرية موجبة .</u>

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (٣) : سحبت ورقة واحدة من مجموعة أوراق اللعب ، ما هو احتمال أن يكون عليها :

١. الرقم (١) = ح الرقم (١) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{52}$
٢. الرقم (٣) = ح الرقم (٣) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{52}$
٣. الرقم (١٠) = ح الرقم (١٠) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{52}$
٤. الرقم (١١) = ح الرقم (١١) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{0}{52}$ = صفر : يعني حدث مستحيل
٥. صورة = ح (صورة) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{12}{52}$

٦. ورقة حمراء = ح(ورقة حمراء) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{26}{52}$

٧. ولد = ح (ولد) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{52}$

❖ أنواع الحوادث في الاحتمالات :

تنقسم الحوادث في الاحتمالات إلى نوعين :

١. حوادث بسيطة : أي حدث واحد فقط وليكن (أ) ويتم حساب الاحتمال له كالأتي :

ح (أ) = $\frac{م}{ن}$ ، م $\leq$ ن

٢. حوادث مركبة : أي عدة حوادث بسيطة (أ) و (ب) و (ج) ... الخ ، ويتم حساب الاحتمال لها باستخدام قانون الجمع أو الضرب .

قانون الجمع : يرتبط قانون الجمع بمفهوم الحوادث المتنافية وغير المتنافية حيث :

❖ الحوادث المتنافية : هي تلك الحوادث التي لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد فإذا وقع احدهما ينتفي وقوع الحدث الأخر .

❖ الحوادث غير المتنافية : هي تلك الحوادث التي يمكن أن تقع معا في وقت واحد .

ولتوضيح :

عند رمي قطعة عملة نجد أن ظهور الصورة ينفي ظهور الوجه الأخر أي أن وجهي قطعة العملة تمس الحوادث المتنافية .

أما اختيار ورقة تحمل الرقم (٣) لا ينفي أن تكون (حمراء) بينما اختيار ورقة تحمل رقم (٣) ينتفي أن تكون (صورة).

❖ نظرية :

إذا كان هناك حدثين (أ) و (ب) فإن احتمال وقوع (أ) أو (ب) أو كلاهما هو :

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب) ، وهو ما يعرف بقانون الجمع



إذا كان أ ، ب حوادث غير متنافية نستخدم القانون :

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح(أب)

إذا كان أ ، ب حوادث متنافية نستخدم القانون:

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب)

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (١) : يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٨ محاسبين و ٤ مهندسين و ٢ اقتصاديين، اختير احدهما عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون :

١. مهندس.
٢. محاسب أو مهندس .

الحل: نرمز للمحاسب بـ (أ) و نرمز للمهندس بـ (ب)

١ ح (مهندس) = م/ن = $\frac{8}{14}$

٢ ح (محاسب أو مهندس) = نستخدم قانون الجمع لأنه ذكر(أو) وهو :

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

= $\frac{8}{14}$ + $\frac{4}{14}$ – صفر = $\frac{12}{14}$

الصحياني

مثال رقم (٣) : اختير ورقة واحد من مجموعة أوراق اللعب (بلوت) ما هو احتمال أن يكون عليها:

١ - الرقم (٤) ٢ - اللون (أحمر) ٣ - صورة	حوادث بسيطة
٤ - الرقم (٣) أو (سوداء) ٥ - الرقم (٣) أو (صورة) ٦ - صورة أو اللون (أحمر)	حوادث مركبة نستخدم الجمع

الحل :

١ ح (٤) = $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ = $\frac{4}{52}$

٢ ح (أحمر) = $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ = $\frac{26}{52}$

٣ ح (صورة) = $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ = $\frac{12}{52}$

٤ ح (٣ أو اسود) ، ونرمز لـ٣ بـ (أ) و نرمز لـ أسود بـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

$= \frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52}$

٥ ح (٣ أو صورة) ، ونرمز لـ٣ بـ (أ) و نرمز لـ صورة بـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

$= \frac{4}{52} + \frac{12}{52} -$ صفر $= \frac{16}{52}$

٦ ح (صورة أو أحمر) ، ونرمز لـ صورة بـ (أ) و نرمز لـ أحمربـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

$= \frac{12}{52} + \frac{26}{52} - \frac{6}{52} = \frac{32}{52}$

مثال رقم (٣): أعلنت إحدى الشركات عن وظيفة محاسب فتقدم لها ٨٠ شاب من سكان الرياض منهم ٥٥ خريجي جامعة الإمام والباقي من جامعة الملك سعود وتقدم أيضا ٧٠ شاب من القصيم منهم ٤٠ من خريجي جامعة الإمام والباقي من جامعة الملك سعود ، اختير احد المتقدمين عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون :

١ -من الرياض.

٢ -من جامعة الإمام.

٣ -من الرياض أو جامعة الإمام.

٤ -من الرياض أو القصيم.

٥ -من جامعة الإمام أو القصيم.

الحل :

من الرياض ٨٠ شاب ٥٥ من جامعة الإمام و ٢٥ من جامعة الملك سعود

من القصيم ٧٠ شاب ٤٠ من جامعة الإمام و ٣٠ من جامعة الملك سعود

إذا المجموع = ن = ١٥٠ متقدم

١. من الرياض $= \frac{م}{ن} = \frac{80}{150}$

٢. من جامعة الإمام $= \frac{م}{ن} = \frac{95}{150}$

٣. من الرياض أو جامعة الإمام ، نرمز من الرياض بـ (أ) و نرمز من ج الإمام بـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

$= \frac{80}{150} + \frac{95}{150} - \frac{55}{150} = \frac{120}{150}$

٤. من الرياض أو القصيم ، نرمز من الرياض بـ (أ) و نرمز من القصيم بـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

$= \frac{80}{150} + \frac{70}{150} -$ صفر $= \frac{150}{150} =$ ١ حدث مؤكد

٥. من جامعة الإمام أو القصيم ، نرمز من ج الأمام بـ (أ) و نرمز ج القصيم بـ(ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

= $\frac{95}{150}$ + $\frac{70}{150}$ – $\frac{40}{150}$ = $\frac{125}{150}$

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (٤) : مجموعة من الأوراق المتماثلة مرقمة من ١ – ٢٠ اختيرت ورقة واحدة عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون عليها :

١ -رقم يقبل القسمة على ٥.

٢ -رقم يقبل القسمة على ٣.

٣ -رقم يقبل القسمة على ٧.

٤ -رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٧.

٥ -رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٥.

٦ -رقم يقبل القسمة على ٤ أو ٨.

الحل:

١ -ح (رقم يقبل القسمة ٥) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{20}$ ،اي (٥ و ١٠ و ١٥ و ٢٠) إذا أربع أرقام.

٢ -ح (رقم يقبل القسمة ٣) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{6}{20}$ ،اي (٣و٦و٩و١٢و١٥و١٨) إذا ستة أرقام.

٣ -ح (رقم يقبل القسمة ٧) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{2}{20}$ ،أي (٧ و ١٤) رقميين .

٤ -ح (رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٧) ،نرمز ٣ بـ (أ) و نرمز ٧ بـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

= $\frac{6}{20}$ + $\frac{2}{20}$ – صفر = $\frac{8}{20}$

٥ -رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٥ ، نرمز ٣ بـ (أ) و نرمز ٥ بـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

$= \frac{6}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$

٦ -رقم يقبل القسمة على ٤ أو ٨ ، نرمز ٤ بـ (أ) و نرمز ٨ بـ (ب)

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

$= \frac{5}{20} + \frac{2}{20} - \frac{2}{20} = \frac{5}{20}$

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (٥) : إذا كانت نسبة النجاح في مادة الإحصاء(أ) ٨٠٪ ونسبة النجاح في مادة الإحصاء والمحاسبة معاً(ب) ٦٠٪ ، أما نسبة النجاح في الإحصاء أو المحاسبة ٩٠٪ ، اختير احد الطلاب عشوائيا ما هو احتمال أن يكون ناجحا في المحاسبة ؟

الحل :

نرمز لـ إحصاء بـ (أ) و نرمز لـ محاسبة بـ (ب)

ح(أ) = ٨٠٪ = ٠,٨

ح(أ ب) = ٦٠٪ = ٠,٦

ح(أ+ب) = ٩٠٪ = ٠,٩

إذا المطلوب : ح(ب) = ؟؟

نكتب قانون الجمع هو: ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)

٠,٩ = ٠,٨ + ح (ب) – ٠,٦

٠,٩ = ٠,٢ + ح (ب)

ح(ب) = ٠,٩ + ٠,٢ = ٠,٧

∴ ح(ب) = ٠,٧

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

❖ قانون الضرب : في قانون الضرب يجب التفرقة بين الحوادث <u>المستقلة</u> <u>وغير المستقلة</u> حيث أن :

١ -<u>الحوادث المستقلة</u> : هي تلك الحوادث التي لا تؤثر أو لا تتأثر بغيرها من الحوادث ، أي حوادث لا علاقة مرتبطة بينهما .

٢ -الحوادث غير المستقلة : هي تلك الحوادث التي تؤثر أو تتأثر بغيرها من الحوادث ، أي حوادث لها علاقة مرتبطة بينهما .

❖ نظرية :

إذا كان هناك حدثين (أ) و (ب) فإن احتمال وقوع (أ) مع (ب) في وقت واحد هو :

ح(أ و ب) = ح(أ) × ح(ب) ⟵ إذا كان أ و ب حوادث مستقلة

ح(أ و ب) = ح(أ) × ح(ب/أ)

ح(أ و ب) = ح(ب) × ح(أ/ب)

} إذا كان أ و ب حوادث غير مستقلة

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (١): إذا كان احتمال ذهاب احمد إلى جدة غدا هو ٠,٦ واحتمال ذهاب خالد إلى جدة غدا هو ٠,٩ . فما احتمال ذهاب أحمد وخالد معاً إلى جدة؟

الحل :

نرمز لـ أحمد (أ) و نرمز لـ خالد (ب)

ومن معطيات المثال تبين لنا أن (أ) و (ب) حوادث مستقلة ونستخدم القانون التالي :

ح(أ و ب) = ح(أ) × ح(ب)

ح(أ و ب) = ح(٠,٦) × ح(٠,٩) = ٠,٥٤

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (٢): في احد المصانع كانت نسبة المدخنين والمتزوجين هي ٤٠٪ ونسبة المتزوجين هي ٨٠٪ ، اختير احد العمال . ما هو احتمال أن يكون مدخناً بشرط أن يكون متزوجاً ؟

الحل:

نرمز لـ المدخنين (أ) و نرمز لـ المتزوجين (ب)

ومن معطيات المثال تبين لنا أن (أ) و (ب) حوادث غير مستقلة ونستخدم القانون التالي: ح(أ و ب) = ح(أ) × ح(أ/ب)

❖ حيث المعلوم لدينا هو : ح(أ ب) = ٤٠٪ = ٠,٤

ح(ب) = ٨٠٪ = ٠,٨

ح(أ/ب) = ؟؟

إذا ح(أ و ب) = ح(أ) × ح(أ/ب)

٠,٤ = ٠,٨ × ح(أ/ب)

∴ ح(أ/ب) = $\frac{0.4}{0.8}$

❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖❖

مثال رقم (٣):اختيرت ورقة واحدة من مجموعة أوراق اللعب ، ما هو احتمال أن يكون:

١. ورقة حمراء(أ) أو صورة(ب).
٢. صورة (أ) أو ورقة حاملة للرقم ٦(ب).

الحل:

١. ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)
= $\frac{26}{52} + \frac{12}{52} - \frac{6}{52} = \frac{6}{52}$

٢. ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)
= $\frac{12}{52} + \frac{4}{52}$ – صفر = $\frac{16}{52}$



لا يمكن أن نجمع بين قانون الجمع وقانون الضرب في مسألة واحدة